

УДК 681.5.015.87(045)

Л.М. Блохін, д-р техн. наук  
Ю.М. Безкоровайний  
О.М. Юрченко

## АЛГОРИТМ СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ БАГАТОВИМІРНОГО ОБ'ЄКТА

НАУ, кафедра систем управління, e-mail: fsu@nau.edu.ua

*Розглянуто модернізований алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки багатовимірного об'єкта стабілізації в штатних режимах його функціонування. Запропоновано алгоритм, за яким можна визначати збуджені моделі динаміки об'єкта і динамічні характеристики випадкових збуджень на об'єкт у разі врахування можливого факту слабкої кореляції зазначених збуджень між собою і управляючим впливом.*

### Вступ

У зв'язку з все зростаючими вимогами до точності процесів стабілізації таких об'єктів, як бортові вимірювачі (інерціальні навігаційні системи, астроорієнтири, гіростабілізатори), інші складні динамічні об'єкти (різні транспортні засоби, наприклад, вертоліт з вантажною підвіскою на заданій траєкторії руху, технологічний процес виготовлення деяких виробів тощо) виникає нагальна потреба синтезу оптимальних структур систем стабілізації цих об'єктів.

Вхідною інформацією для синтезу системи стабілізації є математична модель стабілізованого об'єкта в заданому режимі функціонування, а також моделі динаміки збуджень, що діють на об'єкт у розрахункових (нормативних) збуджених режимах роботи динамічної системи.

Нормативних режимів у чистому вигляді у природі не існує, оскільки це є лише первинна уява дослідника про можливості системи під час її функціонування.

У реальних режимах роботи на динамічну систему постійно впливає ціла низка збуджуючих динамічних факторів, які відхиляють режими роботи, параметри системи від нормативних. Ці збуджуючі фактори, як правило, мають стохастичний характер, апріорна уява про їх статистичні характеристики та природу зазвичай неповні або навіть зовсім відсутні.

Як відомо з праць [1; 2], оцінити їх властивості за умови некорельованості впливів можна на етапах структурної ідентифікації моделей динаміки як самого об'єкта, так і діючих на нього збуджень у штатних режимах його функціонування. Етап ідентифікації виконується за результатами натурних випробувань або випробувань за умов, наближених до натурних.

Саме збуджені моделі необхідні для подальшого синтезу оптимального управління вказаними об'єктами.

### Постановка задачі

Нехай на стабілізований складний об'єкт у режимі штатного функціонування одночасно діють вектори випадкових сигналів управління  $u$  і випадкових неконтрольованих  $\psi$  збуджень (рис. 1).

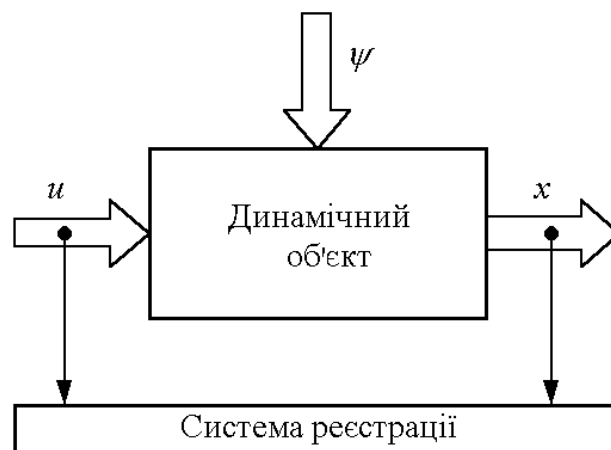


Рис. 1. Схема реєстрації впливів на об'єкт

Термін «об'єкт» може використовуватися в самому широкому значенні і позначати технічну, біологічну (літак, рух людини), економічну і соціальну системи.

Нехай  $n$ -вимірний вектор вихідних реакцій об'єкта  $x$  і  $m$ -вимірний вектор вхідних впливів  $u$  являють собою випадкові стаціонарні центровані процеси з відомими матрицями спектральних і взаємних спектральних щільностей сигналів, доступних виміру і контролю:  $S_{xx}$ ,  $S_{uu}$ ,  $S_{xu}$ ,  $S_{ux}$ .

Вектор реальних збуджень  $\psi$ , що діє на об'єкт, є неконтрольованим. Припустимо також, що рух стійкого динамічного об'єкта стабілізації можна описати системою звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, перетворених за Фур'є, вигляду

$$Px = Mu + \psi, \quad (1)$$

де  $P$  і  $M$  – шукані матриці відповідних розмірностей, елементами яких є функції аргументу у перетворенні Фур'є  $s = j\omega$ ;  $x$  –  $n$ -вимірний вектор вихідних реакцій;  $u$  –  $m$ -вимірний вектор управління;  $\psi$  –  $n$ -вимірний вектор неконтрольованих випадкових стаціонарних збурень.

Записавши вектор  $\psi$  як

$$\psi = \Psi \Delta, \quad (2)$$

де  $\Psi$  – невідома матриця передавальних функцій формувального фільтра, що з вектора «білих» шумів  $\Delta$ , який має розмірність  $n$ , створює вектор збурень  $\psi$ .

З погляду на умову (2) рівняння (1) запишемо як

$$x = P^{-1}Mu + P^{-1}\Psi\Delta. \quad (3)$$

За результатами ідентифікації потрібно визначити структури і параметри матриць передавальної функції  $P^{-1}M$  від управління  $u$  до виходу  $x$  і матриці передавальних функцій  $\Psi$  від збурення  $\Delta$  до виходу  $x$  при некорельованості сигналів  $\psi$  і  $u$ . Така задача була вирішена раніше [1; 2; 3]. Тепер вирішимо поставлену задачу за умови слабкої корельованості сигналів  $\psi$  і  $u$ , що потребує суттєвих змін.

Структурна схема, що пояснює нову постановку задачі, зображена на рис. 2.

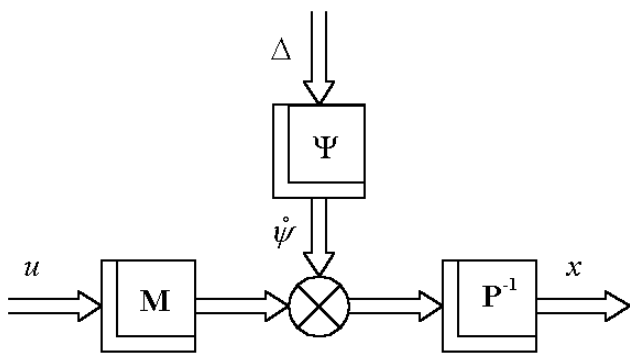


Рис. 2. Структурна схема динамічного об'єкта

Уведемо такі позначення:

$$P^{-1}M = K;$$

$$\psi = P^{-1}\psi = P^{-1}\Psi\Delta.$$

Рівняння (3) можна переписати як

$$x = Ku + \psi, \quad (4)$$

а структурну схему об'єкта, показану на рис. 2, перетворити в структуру, зображену на рис. 3.

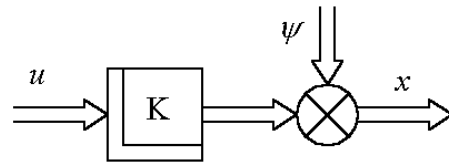


Рис. 3. Перетворена структурна схема об'єкта ідентифікації

### Результат вирішення задачі структурної ідентифікації об'єкта

при некорельованості сигналів  $u$  і  $\psi$

Для вирішення задачі структурної ідентифікації динамічного об'єкта (3) необхідно ввести такі позначення [1]:

$$\Phi = (\Phi_{11}, \Phi_{12}) = (P^{-1}M, P^{-1}\Psi),$$

а також визначити помилку ідентифікації як

$$\varepsilon = \hat{x} - \hat{\Phi}\hat{y};$$

$$y = (n', \Delta')',$$

де  $'$  – знак транспонування.

Позначка  $\wedge$  вказує, що сигнали  $x$  і  $y$  використовуються в задачі за даними експерименту.

Структура  $\Phi$ , що шукається як результат ідентифікації, є функцією, яка доставляє мінімум функціоналу

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ S'_{xx} - S'_{yx} \Phi_* - \Phi S'_{xy} + \Phi S'_{yy} \Phi_* \} ds, \quad (5)$$

$$S'_{yy} = \begin{bmatrix} S'_{uu} & 0 \\ 0 & S'_{\Delta\Delta} \end{bmatrix};$$

$$S'_{yx} = [S'_{ux}, S'_{\Delta x}],$$

де  $\text{tr}$  – слід матриці;  $R$  – вагова поліноміальна чи числова позитивно визначена матриця розміру  $n \times n$ ;  $S_{\varepsilon\varepsilon}$ ,  $S_{xx}$ ,  $S_{yx}$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{yy}$  – матриці спектральних щільностей сигналів, позначених у індексах;  $*$  – знак ермітового спряження.

Після введення позначень  $R_0$ ,  $R_{0*}$  для результатів факторизації матриці

$$R = R_{0*}R_0,$$

$$D, D_*$$

для результатів факторизації виразу

$$DD^* = S'_{yy}$$

та  $T_0$  і  $T_+$  для результатів сепарації матриці

$$T = R_0 S'_{yx} D_*^{-1} = T_0 + T_+ + T_- ,$$

а також складання рівняння зв'язку у вигляді

$$S'_{\Delta x} (S'_{\Delta \Delta})^{-1} S'_{x \Delta} = S'_{xx} - S'_{ux} (S'_{uu})^{-1} S'_{xu} ,$$

алгоритм для визначення найкращої структури матриці  $\Phi$ , яка мінімізує функціонал (5), набуває вигляду

$$\Phi = (\Phi_{11}, \Phi_{12}) = R_0^{-1} (T_0 + T_+) D^{-1} . \quad (6)$$

У цьому разі, тобто при некорельованості сигналів  $u$  і  $\psi$ , є справедливими вирази:

$$K = P^{-1} M = S'_{ux} (S'_{uu})^{-1} ; \quad (7)$$

$$S'_{\psi\psi} = S'_{xx} - S'_{ux} (S'_{uu})^{-1} S'_{xu} . \quad (8)$$

### Задача структурної ідентифікації

#### динамічного об'єкта

#### у разі врахування слабкої корельованості сигналів $u$ і $\psi$

Опишемо хід і результати вирішення розглядуваної задачі структурної ідентифікації моделей динаміки багатовимірною об'єкта стабілізації та діючого на нього некорельованого збурення при врахуванні слабкої корельованості сигналів управління і збурення, а також базових моделей динаміки [вирази (6) – (8)].

Спочатку використаємо деякі вирази моделей динаміки сигналів впливів на об'єкт дослідження, які отримані безпосередньо за даними експерименту за припущення щодо некорельованості сигналів  $u$  і  $\psi$ .

Транспоновану матрицю  $S'_{uu}$ , отриману за даними експерименту, та матрицю  $S'_{\psi\psi}$ , яка складається за виразом (8), подамо як

$$S'_{uu} = (S'_{uu})^+ (S'_{uu})^- ; \quad (9)$$

$$S'_{\psi\psi} = (S'_{\psi\psi})^+ (S'_{\psi\psi})^- \quad (10)$$

де матриці  $(S'_{uu})^+$ ,  $(S'_{uu})^-$ ,  $(S'_{\psi\psi})^+$  і  $(S'_{\psi\psi})^-$  – результати факторизації виразів (9) і (10).

Ураховуючи визначені результати (9) і (10), на підставі теореми Вінера–Хінчина [1] складемо вирази для матриць взаємних спектральних щільностей сигналів  $u$  і  $\psi$  у вигляді

$$S'_{\psi u} = (S'_{uu})^+ A (S'_{\psi\psi})^- ; \quad (11)$$

$$S'_{u\psi} = (S'_{\psi\psi})^+ A' (S'_{uu})^- ,$$

де числова невизначена матриця  $A$  має вигляд

$$A_0 = \text{diag}\{\alpha_i\}, \quad i = \overline{1, m} . \quad (12)$$

Ураховуючи рівняння (4) та теорему Вінера–Хінчина, визначимо матриці взаємних спектральних щільностей  $S'_{ux}$ ,  $S'_{xu}$  як

$$\begin{cases} S'_{ux} = K S'_{uu} + S'_{u\psi} ; \\ S'_{xu} = S'_{uu} K^* + S'_{\psi u} . \end{cases} \quad (13)$$

З урахуванням матриць (11), вирішуючи рівняння (13) відносно шуканих матриць передавальних функцій  $K$  і  $K^*$ , запишемо

$$\begin{aligned} K &= [S'_{ux} - (S'_{\psi\psi})^+ A' (S'_{uu})^-] [S'_{uu}]^{-1} ; \\ K^* &= (S'_{uu})^{-1} [S'_{xu} - (S'_{uu})^+ A (S'_{\psi\psi})^-] . \end{aligned} \quad (14)$$

У виразах (12) невизначеними залишаються коефіцієнти  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

За допомогою теореми Вінера–Хінчина визначимо вираз матриці спектральних щільностей  $S'_{xx}$  як

$$S'_{xx} = K S'_{uu} K^* + K S'_{\psi u} + S'_{u\psi} K^* + S'_{\psi\psi} . \quad (15)$$

Підставив вирази (8), (13) у рівняння (15), отримаємо матрицю спектральних щільностей вектора  $x$ , що обчислюється за умови слабкої корельованості неконтрольованого збурення  $\psi$  та сигналу управління  $u$

$$\begin{aligned} S'_{xx} &= [S'_{ux} + (S'_{\psi\psi})^+ A' (S'_{uu})^-] [S'_{uu}]^{-1} [S'_{xu} - (S'_{uu})^+ A (S'_{\psi\psi})^-] + \\ &+ [S'_{ux} - (S'_{\psi\psi})^+ A' (S'_{uu})^-] [S'_{uu}]^{-1} (S'_{uu})^+ A (S'_{\psi\psi})^- + \\ &+ (S'_{\psi\psi})^+ A' (S'_{uu})^- (S'_{uu})^{-1} [S'_{xu} + (S'_{uu})^+ A (S'_{\psi\psi})^-] + \\ &+ \hat{S}'_{xx} - S'_{ux} (S'_{uu})^{-1} S'_{xu} . \end{aligned} \quad (16)$$

У рівнянні (16) матриця  $\hat{S}'_{\delta\delta}$  є матрицею спектральних щільностей експериментально визначеного вихідного сигналу  $\hat{x}$  об'єкта, що досліджується, тобто є найбільш достовірною характеристикою сигналу  $x$ . Тоді матрицю спектральних щільностей помилки  $S_{\varepsilon\varepsilon}$  обчислення характеристики, що викликана слабкою кореляцією сигналів  $u$  і  $\psi$ , можна записати як

$$S'_{\varepsilon\varepsilon} = S'_{xx} - \hat{S}'_{xx} .$$

Невідомі й досі коефіцієнти  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  матриці  $A$  можна визначити, мінімізуючи дисперсію помилки стабілізації  $\varepsilon$ . Дисперсію помилки  $\varepsilon$  знаходимо з виразу

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds , \quad (17)$$

де  $R$  – числова позитивно визначена вагова матриця.

Для сходження найкращих значень параметрів  $\alpha_i$  необхідно вирішити задачу оптимізації параметрів показника (17).

Обчислимо значення показника відомим засобом. Візьмемо часткові похідні за кожним із шуканих параметрів, прирівняємо зазначені похідні до нуля

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = 0, i = \overline{1, m}$$

та складемо  $m$ -вимірну систему алгебричних рівнянь, сумісне вирішення яких і дасть визначуваний набір невідомих коефіцієнтів матриці  $A$ .

Ураховуючи матрицю  $A$  (12), остаточно визначимо матрицю передавальних функцій об'єкта (14) та матриці взаємних спектральних щільностей (11).

Таким чином, поставлена задача структурної ідентифікації об'єкта зі слабкою кореляцією між сигналами управління і неконтрольованого збурення вирішена.

## Висновок

Поставлена та вирішена нова задача структурної ідентифікації моделей динаміки багатовимірного об'єкта з урахуванням слабкої корельованості сигналів управління та неконтрольованого збурення, яка суттєво розширює коло практично вирішуваних задач ідентифікації.

## Література

1. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации. – К.: Техніка, 1982. – 123 с.
2. Блохин Л.М., Буриченко М.Ю. Статистична динаміка систем управління: Підруч. для ВНЗ. – К.: НАУ, 2003. – 208 с.
3. Азарсков В.М. Методология оптимальной модификации управления аэрокосмическими имитаторами полета и тренажерами. – К.: КМУГА, 1996. – 232 с.

Стаття надійшла до редакції 11.11.06.

Рассмотрен модернизированный алгоритм структурной идентификации моделей динамики многомерного объекта стабилизации в штатных режимах его функционирования. Предложен алгоритм, с помощью которого можно определять возмущенные модели динамики объекта и динамические характеристики неконтролируемых случайных возмущений на объект с учетом возможных фактов слабой корреляции указанных возмущений между собой и управляющим воздействием.

The new algorithm of dynamic model structural identification of the multivariable stabilized plant with observable and unobservable disturbances in the regular operating modes is offered in this paper. With the help of the offered algorithm it is possible to define the perturbed models of dynamics not only of the plant, but also the dynamics characteristics of observable and unobservable casual disturbances taking into account the absence of low correlation between themselves and control inputs with the unobservable perturbations.